Hámarks- og lágmarkshitar á Íslandi

Birgir Hrafnkelsson[1], Jeffrey Morris[2] and Veera Baladandayuthapani[2]

[1] Reiknifræðistofa, Raunvísindastofnun
Háskóli Íslands
[2]Department of Biostatistics, The University of Texas
MD Anderson Cancer Center

18. október 2011

Outline

- Gögn um hitastig á nokkrum stöðvum:
  - árlegur hámarkshiti á Íslandi
  - árlegur lágmarkshiti á Íslandi
- Tölfræðilíkan fyrir há- og lággildi:
  - almenna útgildisdreifingin
- Stigskipt Bayesískt líkan fyrir útgildi með landfræðileg hnit
- Niðurstöður
  - Kort
  - Leitni

Inngangur

- Mikilvægt að smíða líkön fyrir útgildi hita til að meta öryggi fólks.
  - hitabylgja í Frakklandi 2003
  - hitabylgja í Moskvu 2010
  - kuldakast á Íslandi 1918
- Tölfræðiaðferðin sem er kynnt hér gefur:
  - landfræðilegt kort fyrir aftaka kulda og hita
  - leitni í há- og lággildum

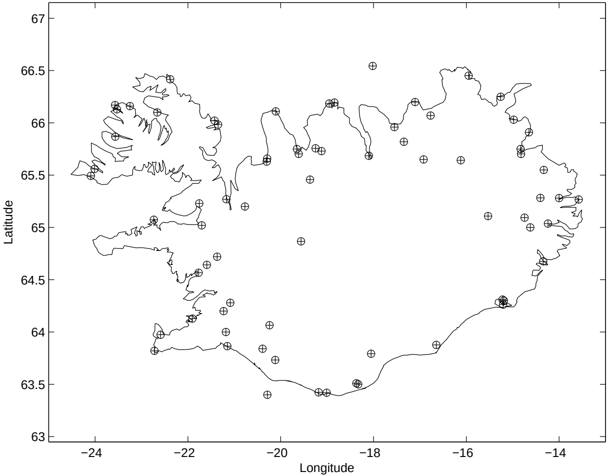
Inngangur

- Það er mikilvægt að skilja eðli kuldakasta og hitabylgna;
    - heilsa fólks
    - hönnun mannvirkja
    - skipulag borga, bæja og sveita
    - landbúnaður

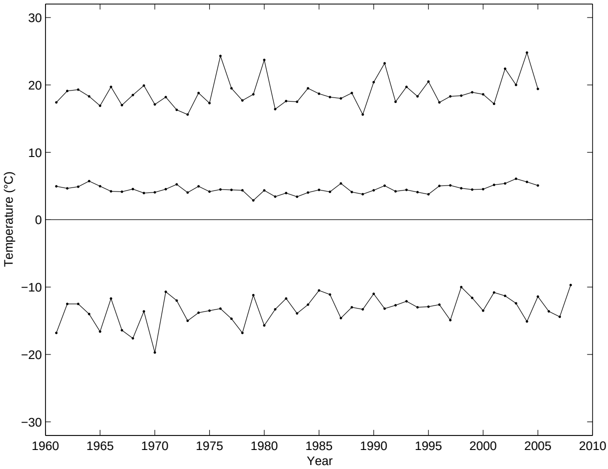
Gögn

- Breytur:
  - lággildi árs fundið á milli 1. júlí til 30. júní næsta árs
  - hágildi árs fundið á 1. janúar til 31. desember
- 72 stöðvar á Íslandi, $N = 72$.
- 48 ár, $T = 48$.
- Frá 1961 til 2009.
- Um 32 mælingar á ári fyrir hverja stöð að meðaltali.

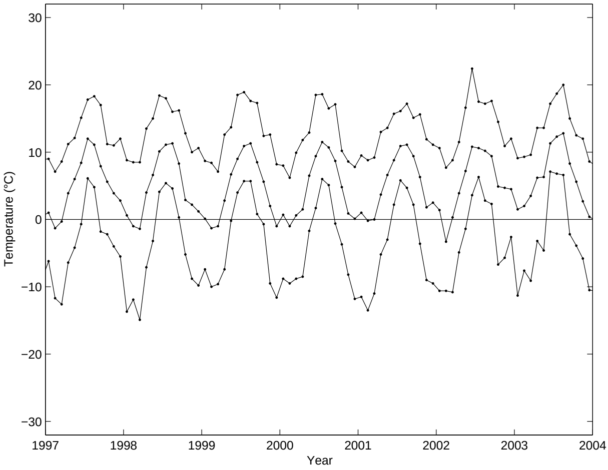
Mælistöðvar



Reykjavík - árleg gögn



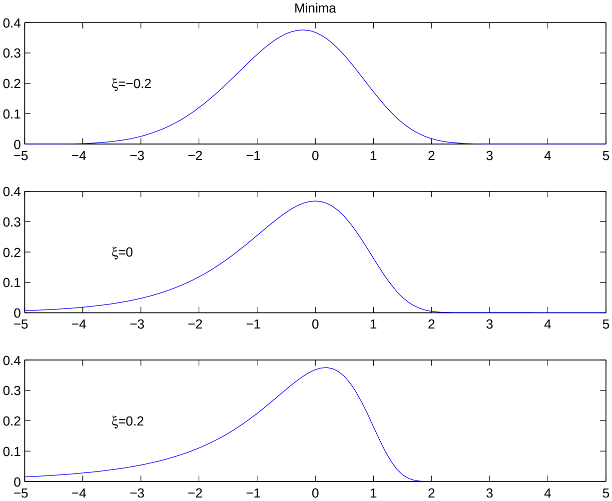
Reykjavík - mánaðarleg gögn



Almenna útgildisdreifingin

- μ : staðsetningarstiki
- σ : skölunarstiki
- ξ : lögunarstiki
- ξ : erfitt að meta

Þéttleiki almennu útgildisdreifingarinnar



Almenna útgildisdreifingin

- Viðeigandi dreifing fyrir hágildi og lággildi innan vel skilgreinds tímabils. Byggir á fræðilegum grunni.
- Fyrir lággildi er dreififallið gefið með

$$F(y) = 1 - \exp\left[-\left\{1 - \xi\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right\}^{-1/\xi}\right]$$

$$\text{ef} \quad \xi > 0, \quad \text{þá} \quad y < \mu + \sigma/\xi$$

$$\text{if} \quad \xi < 0, \quad \text{þá} \quad y > \mu + \sigma/\xi$$

Almenna útgildisdreifingin

- $-\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0, \quad -\infty < \xi < \infty$
- Sértilfelli, $\xi = 0$

$$F(y) = 1 - \exp\left[-\exp\left\{\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)\right\}\right]$$

$$-\infty < y < \infty, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad \sigma > 0$$

- Gumbel dreifingin fyrir lággildi.

Líkan fyrir útgildi lofthita

Gögn	σ	ξ	DIC	p_D	p-gildi
min	const	const	8559.4	117.0	0.0001
min	spatial	const	8420.0	158.7	0.2602
min	spatial	spatial	8397.2	168.6	0.3775
max	const	const	8689.5	112.1	0.0050
max	spatial	const	8581.5	138.7	0.4783
max	spatial	spatial	8574.1	144.8	0.5022

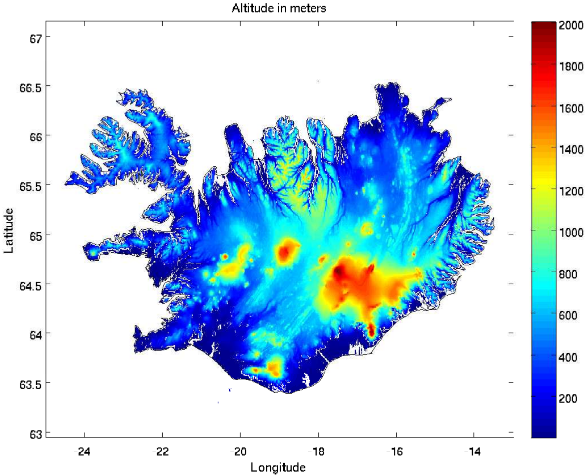
Líkan fyrir útgildi lofthita

- $y_{jt,\text{obs}}$: há- eða lággildi lofthita á stöð j og tíma t, $j = 1, ..., N$, $t = 1, ..., T$
- μ : vigur með staðsetningarstikum, vídd N
- τ : vigur með skölunarstikum, vídd N
- ξ : lögunarstikinn (eins á öllum stöðvum)
- γ : vigur með tímaþáttum, vídd T
- Rúmtölfræðileg líkön fyrir μ og τ.

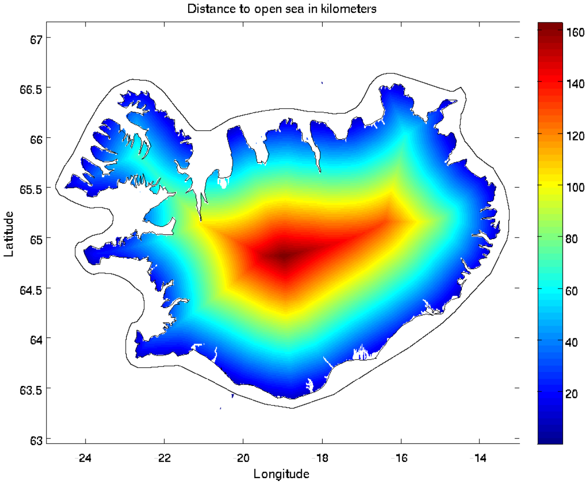
Skýribreytur fyrir μ

- $X_{1,j} = 1$
- $X_{2,j} = x_j$ (lengdargráða á stöð j)
- $X_{3,j} = y_j$ (breiddargráða á stöð j)
- $X_{4,j} = z_j$ (hæð y. s. á stöð j)
- $X_{5,j} = v_j$ (stysta fjarlægð frá opnu hafi að stöð j)

Hæð yfir sjávarmáli



Stysta fjarlægð frá opnu hafi



Greinar um útgildi með landfræðilega staðsetningu

- Casson and Coles (1999) simulated hurricane wind speeds
- Cooley et al. (2006) lichen measurements
- Sang and Gelfand (2009) precipitation data
- Schliep et al. (2010) precipitation data
- Hrafnkelsson et al. (2011) temperature data

Líkan fyrir útgildi lofthita

- $y_{jt,\text{obs}} \sim \text{Gev}(\mu_j + \gamma_t, \exp(\tau_j), \xi), \quad t = 1, ..., T, \quad j \in \mathcal{A}_t$ (mældar stöðvar á tíma t)
- $\mu \sim \mathsf{N}(X_\mu \beta_\mu, \Sigma_\mu)$
- $\Sigma_\mu = \sigma_\mu^2 R_\mu(\phi_y, \nu_y) + \sigma_{\mu 0}^2 R_{\mu 0}(0.2, 0.5)$
- $R_*(\phi_*, \nu_*)$: Matérn fylgnifylki
- $\gamma \sim \mathsf{N}(X_\gamma \beta_\gamma, \sigma_\gamma^2 R_\gamma(\phi_\gamma, 0.5))$
- $\tau \sim \mathsf{N}(X_\tau \beta_\tau, \sigma_\tau^2 R_\tau(\phi_\tau, \nu_\tau))$
- $\xi \sim \mathsf{N}(\mu_\xi, \sigma_\xi^2)$

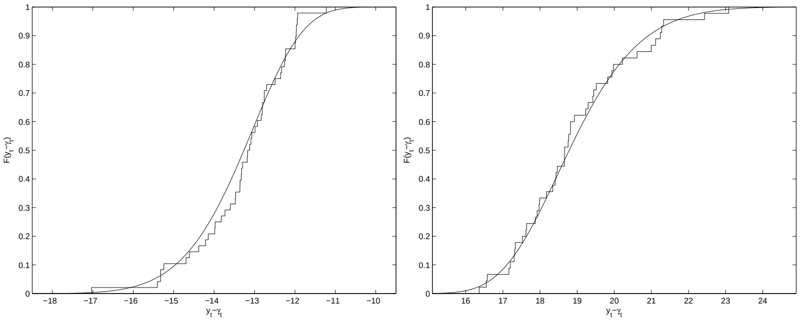
Mat á stikum

- Lágmarkslofthiti
  - lgun : $\xi = -0.15 \quad (-0.18, -0.13)$
  - leitni : $10\beta_\gamma = 0.71 \quad (0.39, 1.04)$
  - h.y.s. : $\beta_4 = -0.61 \quad (-1.00, -0.23)$
  - s.f.o.h. : $\beta_5 = -6.40 \quad (-8.39, -4.43)$
  - spatial scale μ : $1/\phi_\mu = 68 \quad (25,\ 213)$
  - smoothness μ : $\nu_\mu = 0.55 \quad (0.13,\ 1.50)$
  - spatial scale τ : $1/\phi_\tau = 45 \quad (5,\ 188)$
  - smoothness τ : $\nu_\tau = 0.29 \quad (0.04,\ 1.18)$

Mat á stikum

- Hámarkslofthiti
  - lgun : $\xi = -0.14 \quad (-0.16, -0.11)$
  - leitni : $10\beta_\gamma = 0.47 \quad (0.23, 0.72)$
  - h.y.s. : $\beta_4 = -0.84 \quad (-1.14, -0.54)$
  - s.f.o.h. : $\beta_5 = 4.22 \quad (2.48, 5.83)$
  - spatial scale μ : $1/\phi_\mu = 199 \quad (84,\ 456)$
  - smoothness μ : $\nu_\mu = 1.07 \quad (0.28,\ 2.41)$
  - spatial scale τ : $1/\phi_\tau = 180 \quad (50,\ 417)$
  - smoothness τ : $\nu_\tau = 0.45 \quad (0.11,\ 1.11)$

Reykjavík - gögn og líkan



Spá í öðrum punktum

- Spá fyrir sætisstærðir í 280614 punktum
- Net:
  - Vestur-austur stefnan: 0.39 km
  - Norður-suður stefnan: 0.93 km

Spá í öðrum punktum

- $\mu_{\text{un}} \sim \mathrm{N}(\eta_{2|1}, \Sigma_{22|1})$
- $\eta_{2|1} = X_{\text{un}}\beta_\mu + \Sigma_{21}\Sigma_\mu^{-1}(\mu_{\text{ob}} - X_{\text{ob}}\beta_\mu)$
- $\Sigma_{22|1} = \Sigma_{22} - \Sigma_{21}\Sigma_\mu^{-1}\Sigma_{12}$
- $\Sigma_{22} = \sigma_\mu^2 R_{22}(\phi_\mu, \nu_\mu) + \sigma_{\mu 0}^2 R_{22,0}(0.2, 0.5)$: samfylgnifylki fyrir punkta án mælinga
- $\Sigma_{12} = \Sigma_{21}^{\mathrm{T}} = \sigma_\mu^2 R_{12}(\phi_\mu, \nu_\mu) + \sigma_{\mu 0}^2 R_{12,0}(0.2, 0.5)$: samfylgnifylki fyrir punkta án mælinga og stöðvar með mælingum

Spá í öðrum punktum

- Þar sem vídd μ_{un} er stór þá er spá í einum punkti í einu.
- $100p$-ta sætisstærðin fyrir lággildi hita í punkti j án mælinga og tíma t

$$y_{p,\mathrm{un},jt} = \mu_{\mathrm{un},j} + \gamma_t$$
$$-\frac{\exp(\tau_{\mathrm{un},j})}{\xi}[\{-\log(1-p)\}^{-\xi} - 1]$$

- Látum $p = 0.02$ og fáum 2. sætisstærðina

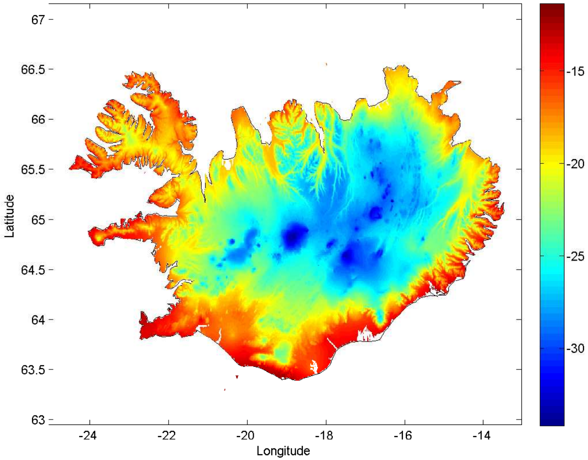
Spá í öðrum punktum

- $100p$-ta sætisstærðin fyrir hágildi hita í punkti j án mælinga og tíma t

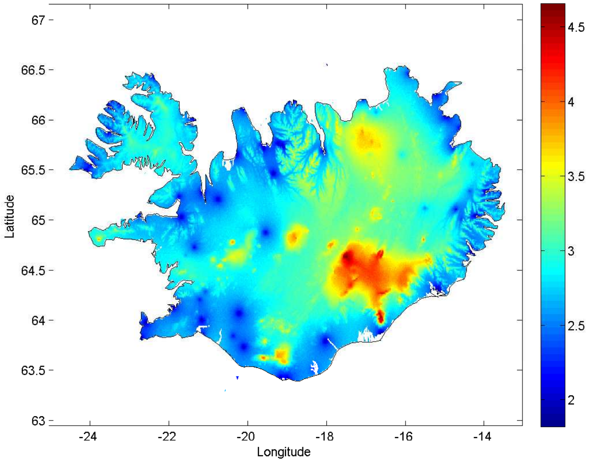
$$v_{p,\mathrm{unob},jt} = \mu^*_{\mathrm{un},j} + \gamma^*_t$$
$$+\frac{\exp(\tau^*_{\mathrm{un},j})}{\xi^*}[\{-\log(p)\}^{-\xi^*} - 1]$$

- Látum $p = 0.98$ og fáum 98. sætisstærðina

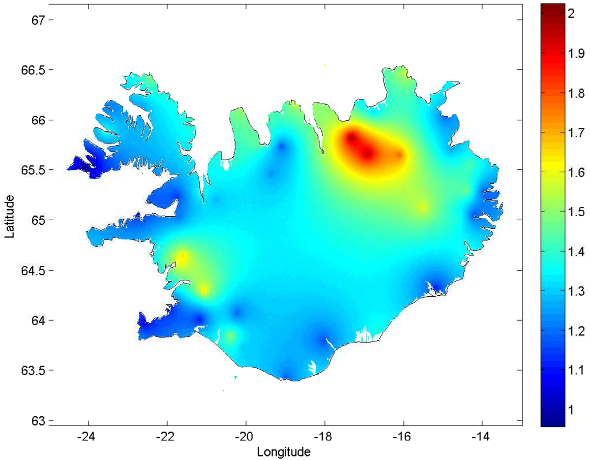
2. sætisstærðina (min.) fyrir 2011-2012



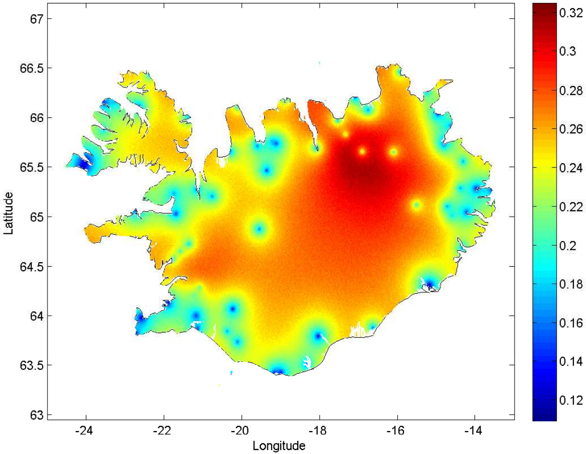
Eftirástaðalfrávik fyrir 2. sætisstærðina (min.)



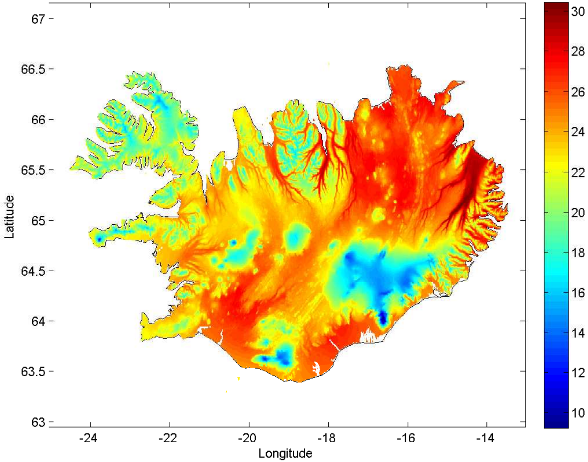
Mat á σ (min.)



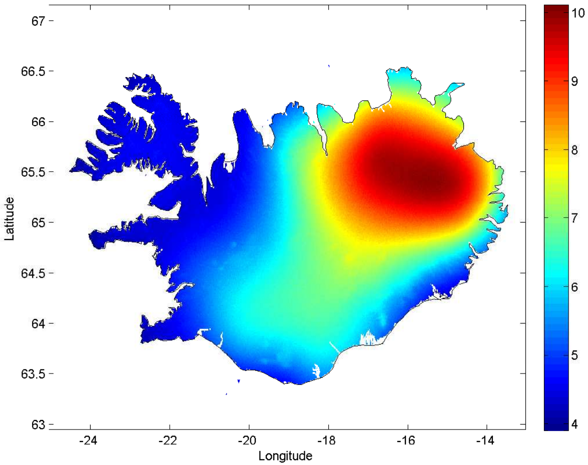
Eftirástaðalfrávik fyrir σ (min.)



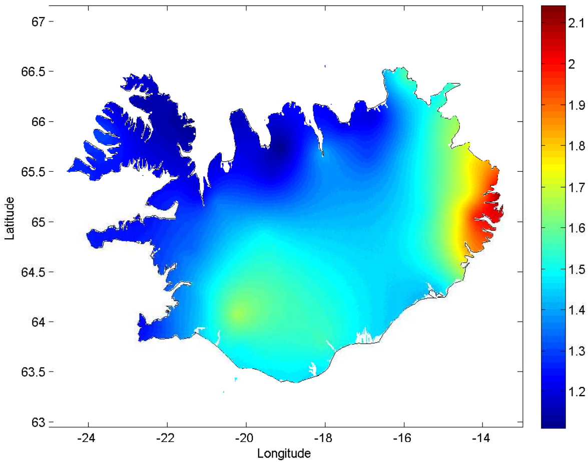
98. sætisstærðina (max.) fyrir 2011



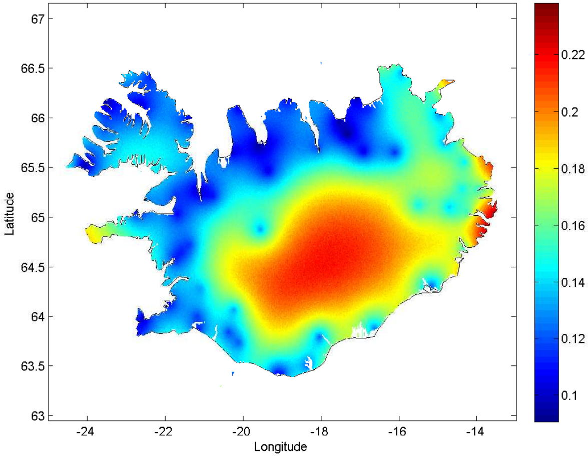
Eftirástaðalfrávik fyrir 98. sætisstærðina (max.)



Mat á σ (max.)



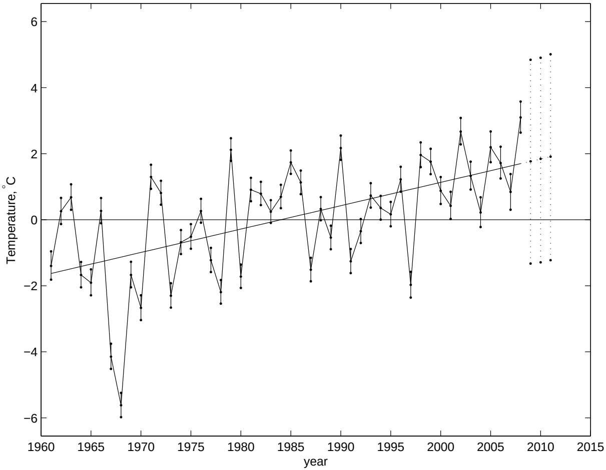
Eftirástaðalfrávik fyrir σ (max.)



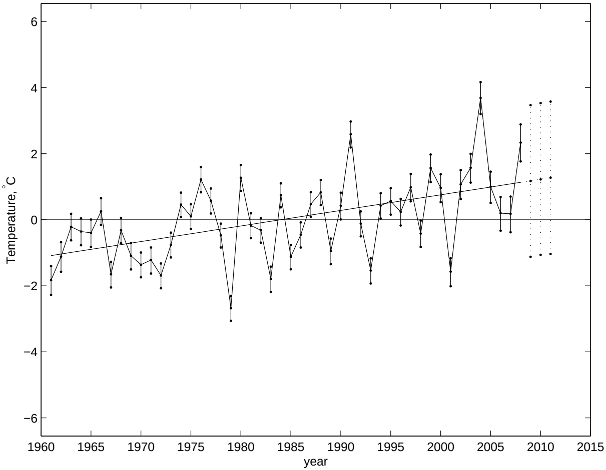
Leitni

- Minimum:
  - $10\beta_\gamma = 0.71$°C á áratug $(0.39, 1.04)$
- Maximum:
  - $10\beta_\gamma = 0.47$°C á áratug $(0.23, 0.72)$
- Average:
  - $10\beta_\gamma = 0.24$°C á áratug $(0.08, 0.39)$

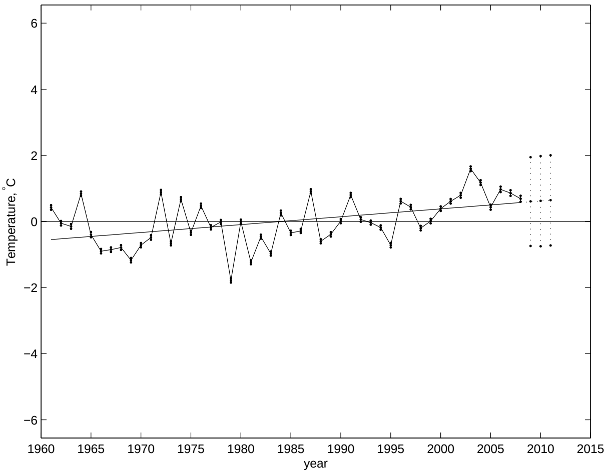
Leitni í árlegum lággildum



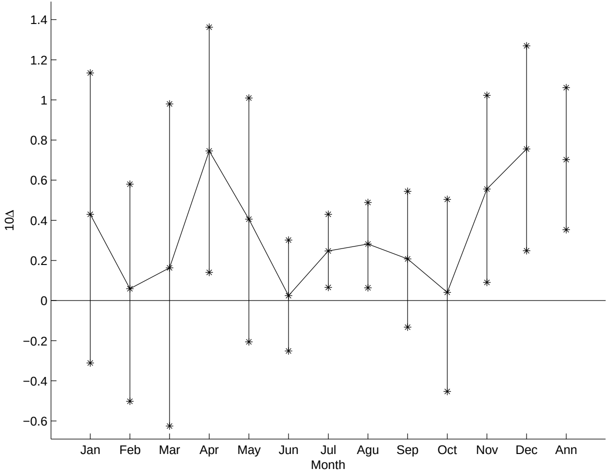
Leitni í árlegum hágildum



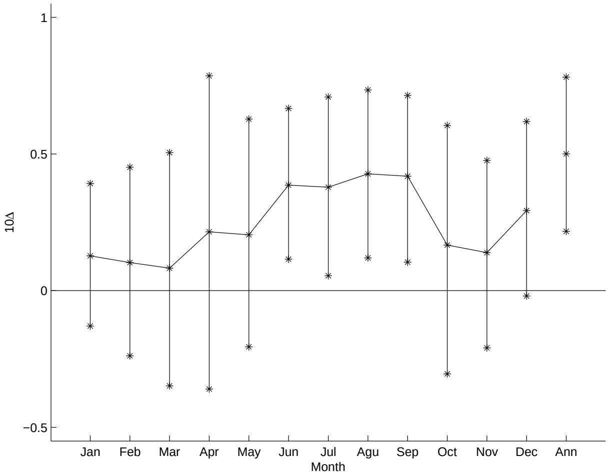
Leitni í árlegum meðalgildum



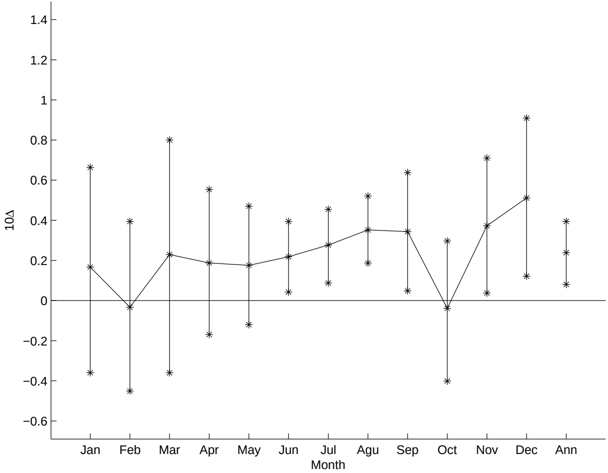
Leitni í lággildum hvers mánaðar



Leitni í hágildum hvers mánaðar



Leitni í meðalgildum hvers mánaðar



Næstu skref

- Smíða líkan fyrir mánaðarleg útgildi þar sem gögn og stikar eru tengd á milli mánaða með stigskiptu Bayesísku líkani.
- Smíða líkan sem tekur tillit til hæði á milli mælinga.
- Nota gögn úr smáskala og stórskala veðurlíkönum og tengja við mælingar á útgildum í lofthita.

- Takk fyrir!