Hágildi í árlegri 24 klst. úrkomu

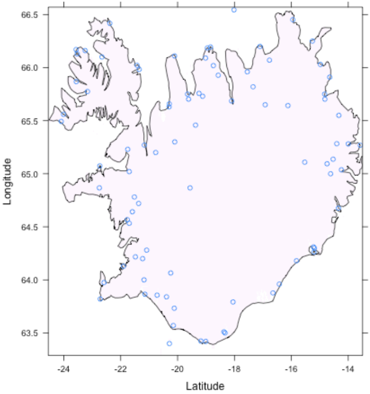
Óli Páll Geirsson
Leiðbeinandi: Birgir Hrafnkelsson

Háskóli Íslands

15. júní 2010

Gögn og líkan

- Við höfum úrkomumælingar frá 86 mismunandi veðurathugunarstöðvum á Íslandi frá árinu 1961 til ársins 2006
- Gert er ráð fyrir Log-normal dreifingarforsendum



Aðeins meira um líkanið

- Látum y_{it} tákna lógaritmann af árlegu hágildi í úrkomu á ári t og á stöð i. Við gerum ráð fyrir að

$$y_{it} = \alpha_i + \beta(t - t_0) + \gamma_t + \epsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, 86 \quad t = 1, \dots, 45$$

  þar sem α_i táknar áhrif stöðva i, β táknar sameiginlega leitni og γ_t táknar sameiginlega tímaleitni.
- Við gerum einnig ráð fyrir að

$$\epsilon_{it} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$$

- Dreifingarforsendur líkansins má nú rita svona

$$y_{it} \sim \mathcal{N}\left(\alpha_i + \beta(t - t_0) + \gamma_t, \epsilon_{it}\right)$$

- Fræðin gefa til kynna að líkanið ráði vel við meðaltöl en ráði ekki nauðsynlega eins vel við hámörk.
- Gott líkan fyrir fyrstu nálgun að verkefninu. Má nota sem inntak í flóknari líkön til að gefa góð upphafsgildi.

Mat á stikum líkansins

- Stikarnir í líkaninu er metnir með bayesískum aðferðum.
- Í stuttu máli þýðir það að við úthlutum stikunum svokallaðar fyrirframdreifingar, sem eiga að lýsa fyrirframþekkingu okkar á stikunum.
- Hér er gerum við ráð fyrir fyrirframdreifingunum
  $\boldsymbol{\alpha} \sim \mathcal{N}(X\boldsymbol{\eta}, \Sigma_\alpha)$ þar sem $\Sigma_{\alpha,ij} = \sigma_\alpha^2 \exp\left(\phi_\alpha^* d_{ij}\right)$
  $\beta \sim \mathcal{N}(\mu_\beta, \tau_\beta^2)$
  $\boldsymbol{\gamma} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\gamma)$ þar sem $\Sigma_{\gamma,kl} = \sigma_\gamma^2 \exp\left(\phi_\gamma^* |t_k - t_l|\right)$

Stikarnir $\sigma_\varepsilon^2, \boldsymbol{\eta}, \sigma_\alpha^2, \phi_\alpha^*, \mu_\beta, \sigma_\beta^2$ and ϕ_γ^* eru óþekktir.

Frekari fyrirframdreifingar

Við gerum svo ennfremur ráð fyrir eftirfarandi fyrirframdreifingunum (skv. venju)

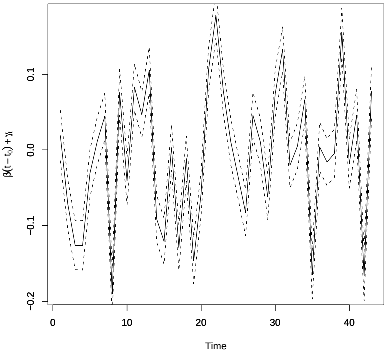
- $\sigma_\varepsilon^2 \sim \mathsf{Inv}_{\chi^2}\left(V_\epsilon, S_\epsilon^2\right)$
- $\sigma_\alpha^2 \sim \mathsf{Inv}_{\chi^2}\left(V_\alpha, S_\alpha^2\right)$
- $\sigma_\gamma^2 \sim \mathsf{Inv}_{\chi^2}\left(V_\gamma, S_\gamma^2\right)$
- $\beta \sim \mathcal{N}(\mu_\beta, \tau_\beta^2)$
- $\boldsymbol{\eta} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_\eta, diag(\boldsymbol{\tau}_\eta^2))$
- $\log(\phi_\alpha^*) \sim \mathcal{N}(\mu_{\phi\alpha}, \tau_{\phi\alpha}^2)$
- $\log(\phi_\gamma^*) \sim \mathcal{N}(\mu_{\phi\gamma}, \tau_{\phi\gamma}^2)$

Tölfræðileg ályktun, eftirádreifingar

- Við viljum bæði nota gögnin okkar og fyrirframdreifingarforsendur til þess að draga tölfræðilega ályktun.
- Látum $\boldsymbol{\theta}$ vera vigur sem inniheldur alla stikana í líkaninu.
- VIð drögum tölfræðilega ályktun út frá svokölluðum eftirádreifingum, sem er í okkar tilfelli í réttu hlutfalli við $p(\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\theta})$ þ.e.a.s.

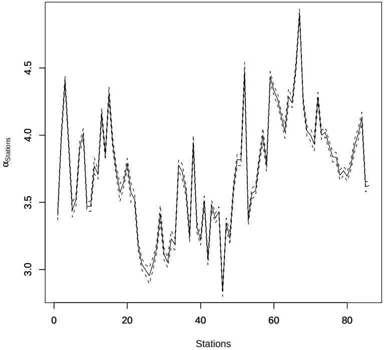
$$p(\boldsymbol{\theta}|\boldsymbol{y}) \propto p(\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{y}|\boldsymbol{\theta})$$

Eftirámöt stika, tímaþátturinn $\beta(t - t_0) + \gamma_t$



Mynd: *Eftirámeðaltöl- og* 2.5%*- og* 97.5% *kvantílar fyrir* $\beta(t - t_0) + \gamma_t$ *sem fall af tíma*

Eftirámöt stika, staðsetningarþátturinn α_i



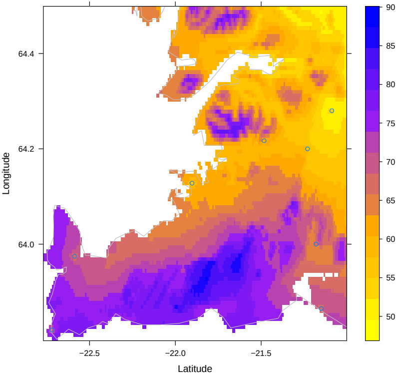
Mynd: *Eftirámeðaltöl- og* 2.5%*- og* 97.5% *kvantílar fyrir* α_i *sem fall af stöðvum*

parameters	2.5% quantile	mean	97.5% quantile
β	-0.00069	0.00021	0.00113
σ_ε^2	0.09268	0.09441	0.09613
σ_α^2	0.27255	0.37965	0.45551
σ_γ^2	0.05219	0.15821	0.20293
η_1 (skurðpunktur)	16.32845	17.35563	18.36950
η_3 (breiddargráða)	-0.22144	-0.20571	-0.18996
η_4 (hæð)	-0.00020	0.00039	0.00101
η_5 (fjarlægð frá útsjó)	-0.00928	-0.00700	-0.00477
$\log(\phi_\alpha^*)$	-0.67209	-0.04521	0.51864
$\log(\phi_\gamma^*)$	0.57592	0.92829	1.20800

Tafla: Eftirá - 2.5%- og 97.5% kvantílar og meðaltöl fyrir aðra stika í líkaninu

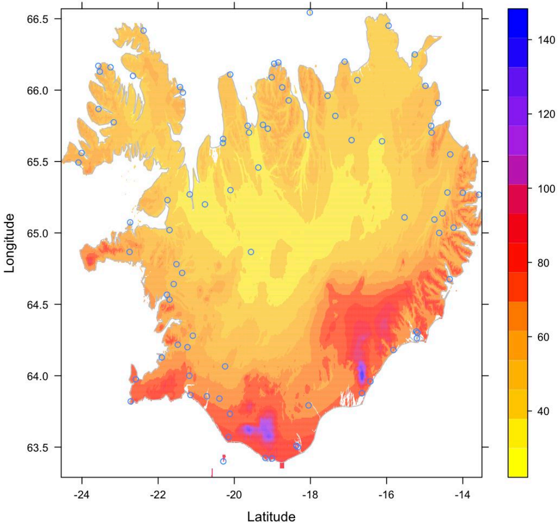
Hvaða gagn er af þessu?

Með gott mat á stikum þessa líkans er hægt að gefa spá um árlegt hámark í rigningu. Við fáum eftirfarandi spá fyrir Reykjanesið



Mynd: *Spá fyrir hámarksúrkomu á Reykjanesinu fyrir árið 2010*

Spá fyrir hámarksúrkomu á Íslandi fyrir árið 2010



Hvað má bæta og hvað er framundan

- Finna þarf heppilegri leið til að glíma við dreifni
- Niðurstöður gefa til kynna að líkanið virðist ráða verr við stór hágildi. Með því að nota aðrar dreifingarforsendur en $\log -$normal er hægt að bæta úr því. Notast verður við svokallaðar general extreme values (g.e.v.) dreifingarforsendur í þeim tilgangi.
- Líkanið er viðkvæmt fyrir landsvæðum þar sem fáar mælingar (eða engar) eru að finna. Hugmyndin er að notast við úrtök úr veðurfræðilegum líkönum sem skýribreytur í endurbættu tölfræðilegu líkani.
- Aðrar landfræðilegar skýrirbreytur mættu koma inn í líkanið, svo sem stigull í landslagi og ríkjandi vindátt.

Munur á spáðum meðaltölum og mældum